Des concours pour aimer les maths

Un véritable phénomène

Les concours de mathématiques sont apparus, sans crier gare, il y a une vingtaine d'années chez nous comme dans les pays voisins. Ils n'ont pas tardé à faire fureur, à impliquer des milliers d'élèves et à s'installer dans la durée.
Trois d'entre eux sont bien implantés en Suisse romande: le *Championnat international des jeux mathématiques et logiques*, **créé il y a 23 ans en France,** *Mathématiques sans frontières*, **arrivé d'Alsace en 1990, et le** *Rallye mathématique transalpin - romand* **dans ses premières années – issu de l'IRDP et de** *Math-Ecole* **qui en est à sa dix-septième édition.**
Le Comité international des jeux mathématiques en fédère une bonne trentaine en francophonie, et une recherche sur Google sous le mot clé «Rallye mathématique» en fait apparaître d'autres encore.

Si beaucoup de ces concours sont locaux ou régionaux, d'autres sont internationaux. Leur extension géographique fait qu'ils se situent au-delà des programmes nationaux, au-delà des grilles horaires, au-delà des modalités locales de l'enseignement et de l'évaluation. Ils deviennent ainsi, par leur ampleur et leur développement, un phénomène non négligeable, greffé sur les structures de l'école et indépendant tout à la fois.
Il paraît donc légitime de s'interroger à propos des concours de mathématiques.
Les premières questions concernent **leur origine**. D'où viennent-ils et pourquoi sont-ils aujourd'hui en pleine expansion? Qui sont les participants et les animateurs de ces manifestations?
Pour répondre à ce type d'interrogation, on peut aller chercher du côté du développement actuel des moyens de communication. Il y a des concours partout, à la télévision, dans les journaux, sur internet, dans les centres commerciaux; on y joue, pour l'argent, pour la gloire, pour l'honneur, pour le plaisir de participer. Parmi ces raisons, la dernière est essentielle pour notre thème des concours de mathématiques: une grande majorité de nos élèves s'inscrivent pour le plaisir de se confronter à d'autres, mais aussi par défi ou par envie d'évaluer leurs propres capacités intellectuelles.
On peut aussi aller chercher du côté des mathématiques et trouver des éléments de réponse dans l'évolution de leur enseignement et dans leur volonté d'ouverture vers un plus large public.
Une deuxième catégorie de questions se rapporte **au fonctionnement des concours et à l'esprit qui les anime**. Sont-ils réservés aux «forts en maths» uniquement? Selon quelles modalités se déroulent-ils? Leur caractère compétitif est-il conciliable avec les idéaux d'un enseignement ouvert à tous?
La réponse dépend des cas. Il y a des concours individuels destinés aux jeunes talents et d'autres ouverts à tous. Il y a aussi des concours par classes entières où la coopération et l'entraide l'emportent nettement sur les compétences individuelles. Il y aura certes toujours un classement et des qualifications, mais ce n'est pas la finalité de l'entreprise. Les avis sont unanimes, l'intérêt est de participer et de relever des défis.
Finalement, pour l'enseignant, une dernière catégorie de questions tourne autour de **l'exploitation des concours pour l'apprentissage des mathématiques**. Les problèmes qu'ils proposent peuvent-ils être exploités en classe? Comment? A quelles conditions?
Ici, c'est la lecture des buts ou finalités du concours qui permet de se prononcer. Mais au cas où l'on y découvre des objectifs pédagogiques ou didactiques, il reste encore à voir si les intentions déclarées sont suivies de propositions praticables.
Les concours affichant des objectifs d'ordre pédagogique ou didactique ne sont pas majoritaires, mais la situation évolue. La plupart publient maintenant les textes de leurs problèmes et parfois des compléments à l'usage des maîtres: solutions commentées, classements par thèmes, taux de réussite.
De plus en plus souvent, aussi, les concours sont organisés avec le soutien de centres de formation, de documentation, de recherche en didactique. Cette orientation est manifeste en France particulièrement, où la mise en place de nouveaux concours est soutenue explicitement par l'inspectorat et se réfère aux derniers programmes préconisant la pratique de «problèmes de recherche» ou de «problèmes ouverts».
Les concours de mathématiques sont là en priorité pour stimuler l'intérêt des élèves pour les mathématiques, mais on entrevoit des pistes intéressantes pour l'exploitation de leurs problèmes en classe, au profit des apprentissages. Ce sera aux lecteurs de ce dossier de les découvrir.

François Jaquet

Le point sur les problèmes dans nos programmes de mathématiques

On ne survole pas, en deux pages, l'histoire de l'enseignement des mathématiques en Suisse romande sans devoir se restreindre à quelques-uns de ses aspects. Si ce survol est combiné avec une présentation des concours de mathématiques, le fil conducteur s'impose: celui des problèmes.

Un père et sa fille après l'épreuve...

Les problèmes pour la vie professionnelle et de citoyen

De la fin du XIXe siècle au milieu du XXe siècle, l'arithmétique enseignée à l'école apprenait à compter et calculer, puis à acquérir des connaissances utiles pour la vie d'adulte: les intérêts, les pourcentages, les alliages, les fractions, les prix de vente et d'achat... étaient autant de chapitres en prise directe sur les besoins de futurs ouvriers, employés, commerçants. Dans les manuels scolaires, ces chapitres présentaient en général un ou deux exemples pratiques, suivis de règles pour les cas génériques et d'une grande quantité d'activités d'entraînement et d'application, appelées problèmes.

Dans le manuel *Eléments d'arithmétique, suivis de 2000 exercices et problèmes à l'usage des écoles primaires* (1885, Sion), on traite des opérations sur les entiers, les décimaux et les fractions, puis, du système métrique avec longueurs... volumes pour bois de chauffage, capacités, poids, titre des monnaies et enfin de la règle de trois avec les intérêts simples et composés... On retrouve à peu près les mêmes chapitres dans tous les ouvrages de nos cantons jusque vers les années 1960[1] et jusqu'à la fin du siècle dans certains cantons pour les degrés 7, 8 et 9 de l'école secondaire[2] avec, à chaque fois, plusieurs centaines de *problèmes d'applications*.

Les textes varient très peu en un siècle, comme les conceptions didactiques, axées sur la répétition et les tâches routinières. Seule la typographie évolue avec l'introduction de représentations graphiques ou, parfois dans les derniers manuels de ce genre, de touches «humoristiques».

Les premières réformes

Dès la seconde moitié du XXe siècle, l'enseignement des mathématiques a suivi les grandes mutations de la société, les progrès technologiques, l'évolution de la pédagogie et de la pédagogie, et évidemment toutes les remises en question de la discipline elle-même, des géométries non euclidiennes à la reconstruction des fondements des mathématiques. Chaque pays a donc revu ses programmes et leurs modalités d'application. Chez nous, où les réformes sont arrivées en ordre dispersé, il y a toutefois quelques points de référence historiques: l'idée d'une «Ecole romande» et la coordination, en 1967, puis les programmes de CIRCE suivis des premiers moyens d'enseignement de mathématiques romands, dès 1973, pour l'école primaire. Ceux-ci ont souvent été assimilés aux *maths modernes*, formule médiatique mais peu heureuse car anachronique et inadéquate.

On devrait plutôt se souvenir de cette réforme par une autre caractéristique essentielle: la *disparition des problèmes* ou, du moins, leur mise à l'écart.

Les auteurs des nouveaux programmes et nouveaux moyens d'enseignement étaient de bonne foi. Ils innovaient en s'inspirant de courants structuralistes et proposaient à l'élève des activités en rapport avec les fondements des mathématiques: ils leur faisaient découvrir des systèmes de numération plus élémentaires que notre numération décimale; des diagrammes et réseaux pour les initier à la théorie des ensembles ou à la topologie, des isométries pour aboutir plus tard à la structure de groupe... Les problèmes d'application viendraient plus tard lorsque toute la base de l'édifice serait en place. On avait tout simplement fait table rase du vécu de l'élève, de toutes ses connaissances acquises avant l'école et hors d'elle pour tenter de construire sur une terre vierge.

Les apports de la recherche en didactique des mathématiques

Après correction des excès et dérives de la réforme, l'intérêt pour le renouvellement de l'enseignement des mathématiques a subsisté et s'est orienté vers la didactique de la discipline.
La naissance, en 1971 de la revue *Recherche en didactique des mathématiques* est un jalon historique pour une discipline nouvelle, qui a l'ambition d'accéder au statut de science, avec ses observations, ses données et ses théories. La *Théorie des situations didactiques*, de Brousseau, en est un des premiers fruits, trop complexe pour être appliquée directement en classe. Elle avait besoin d'être transposée en propositions d'activités praticables, sous la forme de «situations-problèmes» qui se distinguent des «problèmes ouverts» ou des «problèmes de recherche». Nous n'entrerons pas ici dans les distinctions entre des différents types de problèmes et nous nous contenterons de mentionner leur point commun: l'élève n'est plus un récepteur ou un imitateur comme il l'est dans un exercice ou un problème d'application, il devient acteur.
Le rôle de l'élève dans ses apprentissages a aussi été pris en compte par une nouvelle formule: *faire des mathématiques*. Mais, nous l'avons dit précédemment, il faut se méfier des formules trop souvent réductrices. Le terme «faire» renvoie à la réalisation d'un objet ou à la production d'un effet, mais il faut le comprendre, dans cette dernière formule, comme la mise en activité de l'élève et préciser la place qu'on lui attribue: c'est lui qui est le sujet de l'activité et le responsable de la transformation obtenue. Ainsi, élève ne fait pas pour faire, il fait pour obtenir un résultat qu'il peut anticiper, dans le cadre d'un projet conscient.
Il a fallu plusieurs années de réflexions pour comprendre et expliquer la portée de cette formule, comme le font Bkouche, Charlot et Rouche, dans un ouvrage dont le titre est tout un programme: *Faire des mathématiques: le plaisir du sens.*[3]
La Suisse romande a suivi de très près les recherches de la didactique des mathématiques et a aussi conduit une réflexion propre, en particulier dans le cadre de la Commission pour l'enseignement des mathématiques (CEM). Les problèmes réapparaissent ainsi, quasi naturellement, en 1984 dans la deuxième édition de *Mathématiques 5 et 6*, par accord tacite et sans décision officielle.

L'état des lieux

Officiellement, l'état actuel de l'enseignement des mathématiques en Suisse romande est illustré par la nouvelle édition des moyens d'enseignement de mathématiques, introduite dès 1997 pour les degrés 1 à 6 et étendue depuis 2003 aux degrés 7, 8 et 9. Les problèmes sont en effet majoritaires dans l'ensemble de la collection, en pleine cohérence avec le Plan d'études romand de mathématiques 1 à 6, de 1998, qui affirme en exergue: *Faire des mathématiques, c'est d'abord résoudre des problèmes*.
Une fois encore, on retrouve une formule synthétique et plaisante mais... attention!
Il est d'abord nécessaire de définir ce qu'on entend par «problème», sachant qu'on a déjà exclu l'activité traditionnelle et routinière consistant à donner une réponse bien posée en appliquant des règles données dans une situation connue.
Il n'y a problème, au sens strict du terme, que si l'élève est obligé de s'approprier l'énoncé de la question qui lui est posée, de structurer la situation, nouvelle, qui lui est proposée.
La majorité des problèmes des moyens d'enseignement romands répondent à cette condition, comme la majorité des problèmes de concours. Les premiers s'inspirent d'ailleurs beaucoup des seconds, au point de les reprendre parfois textuellement[4]. Mais il faut savoir qu'un problème pour un sujet donné peut ne pas être un problème pour un autre sujet en fonction de leur niveau de développement intellectuel, par exemple.
Il faut ensuite se demander si un problème permet à l'élève de construire des concepts ou des connaissances. Et là, la réponse exige une analyse approfondie de ses contenus mathématiques. Certaines énigmes, certains casse-tête, une grille de Sudoku, peuvent être passionnants et répondre à la condition précédente, mais ne sont pas vraiment exploitables en classe car les connaissances requises pour les résoudre ne se reconnaissent pas parmi celles des programmes.
Il faut enfin savoir que, si un élève a résolu un problème avec un contenu mathématique reconnu, il reste à accomplir tout le travail d'accompagnement pour que la petite étincelle provoquée se transforme en processus de construction. La balle est alors dans le camp du maître. C'est à lui de résoudre ce nouveau «problème»: comment passer de la découverte à l'institutionnalisation du savoir, sans faire le travail à la place de l'élève.
En conclusion, les problèmes ont trouvé leur place dans les programmes et les manuels. Mais il n'y a pas de formule miracle: il faut encore une grande attention de la part des enseignants pour qu'ils permettent aux élèves de construire leurs connaissances mathématiques.

Bibliographie

[1] *Arithmétique, enseignement primaire 6e et 7e années enseignement classique 1e et 2e années* Humberset et all. (1958) Neuchâtel
[2] *Arithmétique, Algèbre 8-9* Sapin et all. (1992) Fribourg La partie «situations de la vie courante» traite de«pourcentage, échelle, pente, intérêt...»
[3] Rudolph Bkouche, Bernard Charlot et Nicolas Rouche *Faire des mathématiques: le plaisir du sens* Ed. Armand Colin (1991)
[4] Malheureusement, sans toujours citer leurs sources.

Philippe Dony et Christian Pralong

Le Championnat international des jeux mathématiques et logiques, un concours populaire

Il rassemble des élèves de la 3e année d'école primaire au lycée, des étudiants jusqu'à l'université et des adultes, sans limite d'âge, dans une même compétition individuelle.

Organisé par la Fédération française des jeux mathématiques (FFJM) depuis 1987 ans, il n'a fallu que deux ans pour le voir arriver en Romandie, en 1989. C'est aujourd'hui une entreprise gigantesque qui touche trois continents et une douzaine de pays (Algérie, Belgique, Italie, Luxembourg, Niger, Pologne, Québec, Russie, Suisse, Tchad, Tunisie, Ukraine...).

Ses principaux objectifs:

– créer un espace où se retrouvent des concurrents d'âges très variés confrontés à des problèmes communs, dans un même lieu à partir des demi-finales;

– offrir le plaisir de résoudre des problèmes qui ne nécessitent pour la plupart que peu de notions techniques mais font plutôt appel à l'imagination, la logique, l'observation et la persévérance;

– permettre la rencontre d'enfants et d'adultes de localités, cantons, pays différents autour d'un même objectif ludique et exigeant.

Les épreuves en quatre étapes ou comment choisir 60 finalistes sur 20 000 candidats

1. En automne, chaque canton romand reçoit les dossiers de participation pour les diffuser dans l'ensemble des établissements scolaires. Ceux-ci organisent des quarts de finale selon leurs modalités, librement choisies. (Le canton du Valais a une organisation particulière, décrite dans la suite de ce dossier.)

Les adultes ou enfants qui ne participent pas à des quarts de finale scolaires trouvent les problèmes des quarts de finale «publics» sur le site internet du championnat, ou publiés aussi dans des quotidiens (*Le Temps* pour la Suisse romande) et des revues spécialisées comme Tangente et envoient leur bulletin-réponse.

A ce stade, on compte de 15 à 20 000 participants suisses (sur 150 000 à 200 000 au total).

2. En mars, dans six ou sept centres, l'un à Zurich et les autres répartis dans les cantons romands, s'organisent des demi-finales simultanément avec les autres pays participants. Cette année, plus de 2500 concurrents participeront à une demi-finale.

3. En mai ce sont les finales régionales. Pour la Suisse elle a lieu à Lausanne dans le cadre de HEC-Lausanne et réunit habituellement environ 500 qualifiés.

4. Fin août, début septembre, la finale internationale réunit à Paris les meilleurs de chaque catégorie. Parmi les quelque 350 finalistes internationaux, on trouve depuis quelques années plus de 60 Suisses, toutes catégories confondues.

A partir des demi-finales, les concurrents sont réunis dans un même lieu. Ils reçoivent tous en même temps la même feuille d'énoncés comportant 18 problèmes classés par «coefficients de difficulté» de 1 à 18. Les plus jeunes doivent résoudre les cinq premiers, les plus chevronnés les douze derniers. La durée autorisée dépend des catégories, allant de une à trois heures.

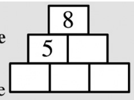
Les concurrents rendent un bulletin-réponse dans lequel seule(s) la (ou les) réponse(s) ont place. La correction ne tient donc aucunement compte de la démarche utilisée. Les classements, un par catégorie, s'établissent selon le nombre de problèmes totalement résolus, la somme des coefficients de difficulté, l'heure de remise du bulletin-réponse et, le cas échéant, l'âge du concurrent. Correction et classements suivent immédiatement si bien que les cérémonies de distribution des prix se déroulent au plus tard 90 minutes après la fin des épreuves. C'est la clôture de la fête où se retrouvent tous les participants, concurrents, parents, amis, organisateurs; avec discours (très brefs), applaudissements, cris de joie et parfois quelques regrets pour ceux qui n'iront pas plus loin dans l'aventure.

Informations pratiques FFJM Suisse

Responsables de l'organisation pour la Suisse:
Philippe Dony et Christian Pralong (enseignants de l'Etablissement secondaire de Prilly (VD), tél. 021 622 75 11, pour la partie romande
Ghislain Fourny (assistant de l'ETHZ), pour la partie allemande
Adresse électronique: fsjm@hispeed.ch
Le site internet http://homepage.hispeed.ch/FSJM/ informe régulièrement sur le développement du championnat en Suisse, publie les énoncés actuels et anciens, les classements et généralement quelques photos prises lors des épreuves.

1 - LA PYRAMIDE

Placez les nombres 1, 2, 3 et 4 dans les quatre briques vides.



Aux 2e et 3e niveaux de la pyramide, un nombre écrit dans une brique devra toujours être égal au total des nombres écrits dans les deux briques sur lesquelles celle-ci repose.

2 - AUTORÉFÉRENCE

Complétez la phrase suivante à l'aide d'un nombre le plus grand possible, écrit en toutes lettres.

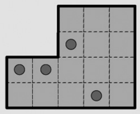
Ce cadre contient .... fois la lettre « c ».

La phrase ainsi complétée devra être vraie.

3 - LES CERISES

Découpez ce gâteau en quatre parts de même forme contenant chacune une cerise.

Note : deux parts sont identiques si on peut les superposer, en retournant éventuellement l'une d'elles.



Préoccupations et souhaits

Une organisation comme la nôtre demande du temps et des moyens financiers, par exemple pour offrir des prix intéressants aux participants. La recherche d'écoles acceptant d'organiser une demi-finale est aussi parfois difficile. Notre rêve de trouver un soutien institutionnel et/ou un riche mécène, tarde à se réaliser, comme celui de pouvoir accueillir une fois la finale internationale en Suisse. Nous devons dire à ce propos que la plupart des cantons romands diffusent efficacement l'information à leurs écoles.

Depuis 20 ans, le championnat se développe en Suisse. Les demi-finales du 13e championnat réunissaient chez nous environ mille concurrents, nous en prévoyons plus de 2500 pour la 23e édition. Cela nous ravit mais le temps nécessaire à sa gestion suit la même courbe. Notre disponibilité ne se dilate malheureusement pas dans les mêmes proportions. Par exemple, nous sommes heureux de voir que, depuis un an, le championnat touche la Suisse allemande et effleure l'Allemagne; mais nous hésitons à diffuser largement l'information par crainte de ne pas arriver à gérer un nouvel afflux de (actuellement environ 200 concurrents germanophones arrivent au stade des demi-finales).

Une expérience enrichissante

Les élèves, déçus parfois de leur performance, sont pratiquement toujours heureux d'avoir osé participer, de s'être confrontés aux autres et à soi-même. Les parents sont fiers de leur enfant, contents aussi qu'ils aient affronté des difficultés autres que celles des programmes scolaires. Les enseignants sont convaincus qu'en proposant ses défis mathématiques, le championnat entretient la curiosité de leurs élèves. Les adultes, en particulier ceux de la catégorie «Grand Public», sont chaque année plus nombreux à participer, certains depuis plus de douze ans, sans une seule infidélité. Les plus jeunes de ces adultes retrouvent une confrontation qu'ils fréquentaient par l'intermédiaire de l'école il y a quelques années. D'autres ont découvert le championnat autrement, plus tard, âgés parfois de 80 ans et plus.

Si quelques concurrents oublient parfois brièvement qu'il s'agit d'un jeu, aucun n'est à l'abri d'une distraction. L'humilité est une vertu que la participation au championnat entretient bien et dont nous nous réjouissons.

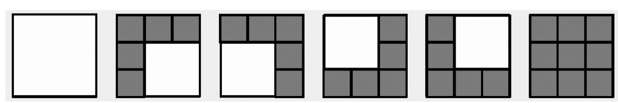
La correction des épreuves qui permet d'établir les classements ne tient aucun compte de la démarche utilisée pour trouver la solution d'un problème. En ce sens, elle ne correspond guère aux pratiques scolaires ou aux conceptions pédagogiques actuelles. Ce sont les contraintes d'un concours à participation massive – où il est manifestement impossible d'analyser les démarches de chaque concurrent – qui imposent ce mode de correction. Il est cependant possible d'exploiter avec bonheur les problèmes de la FFJM en classe, dans une démarche plus collégiale que celle du concours individuel ou dans l'intention d'illustrer certains contenus mathématiques du programme.

Les mathématiques en famille

Réunir dans un même projet, confronter aux mêmes problèmes des personnes d'âge aussi variable (le championnat se dit ouvert de 9 à 99 ans), est à relever. Les concurrents du championnat participent, jouent, réfléchissent individuellement. Avant et après l'épreuve, l'ambiance est plutôt familiale. D'une année à l'autre, les adultes se retrouvent, se lancent des défis, regrettent les absences, accueillent les nouveaux venus avec crainte parfois de voir arriver de nouveaux rivaux. Frères et sœurs, mères et fils, pères et filles, amis et amies participent ensemble et, moins fréquent mais particulièrement charmant, trois générations différentes d'une même famille se retrouvent après les épreuves et confrontent leurs solutions avec animation.

En carrés

Il y a six façons de découper une grille 3 x 3 en carré(s).



Combien y a-t-il de façons de découper une grille 4 x 4 en carré(s)?

La suite de Fibo et de Géo

Fibo choisit trois nombres entiers strictement positifs comme premier, deuxième et troisième termes d'une suite.

En multipliant le troisième par la somme du deuxième et du premier, Géo calcule le quatrième terme de la suite.

En multipliant le quatrième par la somme du troisième et du deuxième, Géo obtient le cinquième terme de la suite, 2008.

Quels sont, dans l'ordre, les trois nombres choisis par Fibo?

[1] Les problèmes de la FFJM sont publiés actuellement chez POLE Editions (voir bibliographie)

Les cinq membres du GVJM: Marie-Aude Cathrein,
Alexandra Dorsaz, Claude Dubuis, Raphaël Mayor et Augustin Genoud

Le Championnat international des jeux mathématiques et logiques en Valais, une participation élargie

Le Championnat international des jeux mathématiques et logiques de la FFJM existe depuis une vingtaine d'années. Il avait démarré dans les cycles d'orientation sous la houlette d'une commission de mathématiques de l'Aveco (Association valaisanne des enseignants du cycle d'orientation).
Quelques années plus tard, cette commission ne souhaitant plus organiser ce concours, un groupe d'enseignants indépendants a décidé de reprendre l'organisation en y apportant quelques modifications et surtout en élargissant la participation au niveau de l'école primaire et du collège. Aussitôt, le nombre d'inscrits a doublé pour atteindre ces dernières années environ 2800 participants lors de la première étape, correspondant aux quarts de finale dans les autres régions, qui se déroule un mercredi après-midi de novembre. Autant d'inscrits pour consacrer un mercredi après-midi de congé, voilà la plus grande preuve du succès que connaît ce championnat en Valais.
Le groupe s'est donné un nom, le Groupe valaisan des jeux mathématiques (GVJM). Il organise les deux premières étapes du championnat de la FFJM en Valais et suit encore ses concurrents lors de la troisième étape (finale régionale suisse à Lausanne) et de la quatrième étape (finale internationale à Paris).

Notre première étape, des quarts de finale de «proximité»

Une organisation coordonnée des quarts de finale du championnat de la FFJM au niveau du canton nous a semblé présenter des avantages par rapport à une participation individuelle ou à une organisation par classe. Tous les concurrents effectuent les mêmes problèmes, le même jour, dans un établissement proche de chez eux où ils retrouvent de nombreux amis. Ainsi ils profitent tous, au moins une fois, de la stimulation d'un concours à grande échelle qui se termine dans une ambiance de fête.
Pour des questions pratiques, nous ne pouvons prendre qu'environ 450 concurrents pour l'étape suivante la «finale valaisanne», ce qui fait que le parcours pour beaucoup de concurrents s'arrête lors de la première étape. Malgré cela, ils sont nombreux à se représenter les années suivantes.
En effet, notre première étape est devenue un événement annuel qui est préparé et exploité largement. De très nombreux maîtres renforcent cet intérêt et ce désir de participer: ils profitent de cette occasion pour montrer à leurs élèves le plaisir de trouver une solution, de franchir des obstacles, de jouer avec les mathématiques. Avant le concours, ils leur proposent des problèmes tirés des épreuves des années précédentes, et les préparent «moralement» à l'éventualité d'une non-sélection pour les étapes suivantes. Beaucoup de maîtres reprennent des problèmes de l'épreuve par la suite et très souvent, encore, s'arrangent pour trouver quelques petites récompenses à tous leurs concurrents ayant participé à la première étape.


Mathématiques appliquées!

Un témoignage d'élève

Les endroits où se déroulent les épreuves de notre première étape sont des établissements scolaires de nos propres villages ou de nos villes. Les distances sont

Les problèmes des championnats de la FFJM constituent une impressionnante collection de d'énoncée et de solutions très détaillées. On les trouve dans le catalogue du site www.poleditions.com/ à la rubrique «Jeux. tests et mathématiques» classés par degrés scolaires. Par exemple: Les mensonges de Pinollio .. et 47 autres énigmes; 50 énigmes mathématiques pour l'école (niveaux 8-10 ans), 7 x 7 énigmes et défis mathématiques faciles (niveaux 11-12 ans), 52 nouvelles énigmes mathématiques pour tous (niveaux 13-14 ans), 7 x 7 énigmes et défis mathématiques pour lycéens ...
Les éditions POLE diffusent encore de nombreux autres ouvrages de mathématiques récréatives et des revues comme Tangente, qui donne régulièrement des problèmes et informations à propos des rallyes et concours.

courtes pour s'y rendre. Les élèves qui s'y rencontrent, petits et grands, viennent d'écoles voisines, ils se connaissent en général. Les maîtres connaissent aussi la plupart des concurrents qui leur donnent volontiers leurs impressions. Nous avons donc beaucoup de témoignages directs, qui se ressemblent et expriment fidèlement les sentiments de nos participants. Voici celui de Louise:

Louise Bretz est née le 25 mai 1996. Elle a su résoudre cinq problèmes lors du concours du quart de finale, à Savièse, le 12 novembre dernier.
Nous lui avons posé quelques questions:
Comment as-tu entendu parler de ce concours?
Un de mes cousins m'en a parlé puis ensuite mes professeurs.
Est-ce que c'est la première fois que tu participes à ce concours?
Non, c'est la quatrième fois.
Cette fois, tu es qualifiée pour la finale valaisanne. Jusqu'où es-tu allée les autres fois?
Pas plus loin que la finale valaisanne mais ça ne fait rien car j'adore les mathématiques et je sais que c'est un jeu. Et puis, il y a chaque fois des lots super. De plus, à Sion, nous recevons un diplôme et un T-shirt.
T'es-tu préparée pour ce concours?
Oui, grâce à ma maîtresse de mathématiques qui nous donne d'anciens concours. Nous en faisons quelques-uns en classe.
Est-ce que ce concours te fait aimer un peu plus les mathématiques?
Non, car c'est déjà une branche que j'aime.
Est-ce que ça te dérange de participer à ce concours en dehors du temps de l'école?
Non, pas du tout. Et puis j'ai aussi plusieurs copains et copines qui participent, alors c'est sympathique.

Un travail d'équipe

Des quarts de finale à grande échelle, première particularité valaisanne, a des effets sur les suivantes, du fait de la participation élevée. Ceci ne s'improvise pas et exige une organisation répartie sur l'année entière. Notre cahier des charges, dont nous donnons un extrait en encadré, est copieux. Nous sommes cinq à nous partager les différentes tâches. Le DECS (Département valaisan de l'éducation, de la culture et du sport) nous soutient financièrement. Cet engagement est bénévole, et l'ambiance de notre groupe est excellente, ce qui contribue à sa stabilité et à son efficacité. Le plaisir qui se lit dans le regard de ces jeunes à chaque étape constitue notre unique salaire.

La préparation des problèmes

Les problèmes du championnat de la FFJM sont conçus par l'organisation faîtière française, mais nous réalisons nous-mêmes – c'est une autre particularité de notre organisation valaisanne – les problèmes de la première étape. Une majorité sont souvent inspirés d'ouvrages de jeux mathématiques mais nous les remodelons et adaptons. Nous en inventons aussi quelques-uns, dans des contextes familiers à nos élèves. Nous tentons en particulier, dans ce travail de création, de trouver des sujets plus «faciles» pour les plus jeunes afin que chacun ait eu la satisfaction de trouver une ou deux réponses au moins.

Voici quelques exemples de problèmes issus de la première étape:

11. Le nombre au carré (C2, L1) (coeff. 11)
Tiens, se dit Aline, passionnée de mathématiques, ce nombre élevé au carré vaut
12345678987654321
Quel est ce nombre?

11. Le tournoi (C2, L1) (coeff. 11)
Dans un tournoi de badminton, chaque joueur a rencontré une fois et une seule fois chacun des autres participants. Après chaque match, l'arbitre donne aux deux joueurs un carton de couleur. Ce carton est rouge pour le joueur victorieux et vert pour le perdant. En cas de match nul, les deux joueurs reçoivent un carton jaune. A la fin du tournoi, on s'aperçoit qu'il a été distribué 44 cartons de chaque couleur.
Combien y avait-il de participants à ce tournoi?

GVJM. Le cahier des charges du groupe

Administration: annonces, prise des inscriptions des établissements scolaires qui souhaitent faire le concours, instructions à leur envoyer, et encaissement des frais de participation (2 fr. par participant et 10 fr. par qualifié).
Recherche de sponsors, circulaires, liens avec la presse et les autorités scolaires (par exemple les demandes de congé pour que les qualifiés puissent aller à Paris).
Elaboration de l'épreuve valaisanne de la première étape, choix, adaptation ou création de problèmes, relectures, corrections...
Gestion du site http://gvjm.ecolevs.ch/index.htm où l'on trouve, en plus des informations pour la participation, les épreuves des qualifications valaisannes (quarts de finale) de la 13e à la 23e édition, avec réponses et, pour certains problèmes, des pistes pour la résolution.
Organisation pratique des concours
Nous avons environ 2800 participants à la première étape, répartis dans une soixantaine d'établissements. Il faut en moyenne une personne pour 15 élèves pour l'organisation.
Finale valaisanne à Sion (450 qualifié: 50 personnes sur pied de guerre un samedi de mars.
Finale suisse: descente sur Lausanne, en autocars, de la centaine de qualifiés valaisans, délégation la plus nombreuse, reconnaissable aux t-shirts GVJM, que beaucoup d'autres concurrents nous envient.
Finale internationale à Paris: trois d'entre nous accompagnent une quinzaine de participants (et leurs parents), organisent le voyage en train, l'hôtel, les repas, les activités récréatives (théâtre, visites...).

Roland Charnay

Le Rallye mathématique transalpin

Quel intérêt pour les élèves et les maîtres?[1]

Créé en 1992 avec la participation de 20 classes de 3e à 5e primaire, le Rallye mathématique romand a rapidement franchi ses frontières régionales pour devenir «transalpin» en 1996, avec la participation de classes italiennes, suivies l'année suivante par le département de l'Ain, puis par le Luxembourg, la Belgique et d'autres régions françaises (Franche-Comté, Rhône…). Il s'est aussi ouvert vers les degrés suivants de la scolarité et a vu sa participation augmenter régulièrement: 3000 classes d'élèves de 8 à 16 ans en 2008, pour sa 17e édition.

La classe dispose de 50 minutes pour s'organiser…

Les caractéristiques du Rallye mathématique transalpin

Le rallye propose des défis mathématiques pour lesquels les élèves ne disposent pas d'une solution immédiate et qui conduisent à inventer une stratégie, à essayer, à vérifier, à justifier sa solution.

Une des conséquences de cette définition du problème de rallye est qu'il doit être inédit (dès qu'on en a trouvé la solution, ce n'est plus un problème), riche et stimulant pour les élèves. Une autre condition, imposée cette fois-ci par le contexte scolaire, est que ces problèmes doivent être exploitables en classe, après le concours. On ne participe pas au rallye «en plus» ou «à côté» des activités habituelles. Il est conçu comme une partie intégrante («à l'intérieur») du programme de mathématiques et de ses objectifs, en particulier de ceux qui concernent l'initiation à la démarche scientifique, le développement de l'autonomie, l'organisation d'une recherche, la communication de résultats.

Lors de l'épreuve d'entraînement, puis des deux épreuves qualificatives et de la finale régionale, les élèves de la classe reçoivent une série de 5 à 7 problèmes. La classe dispose de 50 minutes pour s'organiser, rechercher les solutions, en débattre et les rédiger, le surveillant s'abstenant de toute intervention de quelque nature que ce soit (sauf, bien entendu, celles qui garantissent la sécurité des élèves). La classe doit produire, par écrit, une solution unique pour chacun des problèmes; c'est donc la classe entière qui est responsable des réponses apportées.

Du côté des élèves

Selon les buts affichés, le rallye propose aux élèves:
– de faire des mathématiques en résolvant des problèmes;
– d'apprendre les règles élémentaires du débat scientifique en discutant et défendant les diverses solutions proposées;
– de développer leurs capacités, aujourd'hui essentielles, à travailler en équipe en prenant en charge l'entière responsabilité d'une épreuve;
– …

Il suffit d'assister à une épreuve du rallye dans plusieurs classes pour constater l'intérêt, parfois même l'engouement, suscité chez les élèves. Mais il est important de vérifier si les intentions des promoteurs se traduisent ou non dans la réalité.

Pour apprécier plus précisément la portée de ce genre d'épreuves, l'équipe de Gênes a mené une enquête auprès des enseignants et des élèves. Il en ressort que les principales retombées se situent au niveau de l'autonomie des élèves, de leur capacité à s'organiser collectivement, d'un accroissement de l'estime de soi, d'une meilleure conscience de leurs capacités. La mise en place de ce type d'activités paraît, en particulier, bénéficier aux élèves en difficulté[2].

Du côté des enseignants

Pour les maîtres, associés à toutes les étapes dans la mesure de leurs disponibilités, le rallye conduit à:
– observer des élèves (les leurs et ceux d'autres classes) en activité de résolution de problème;
– évaluer les productions de leurs propres élèves et leurs capacités d'organisation, discuter des solutions et les exploiter ultérieurement en classe;
– …

Un enseignant qui observait ses élèves, de loin, le jour de la finale me dit: *«Ils me surprennent. Je n'aurais jamais pensé qu'ils soient capables d'une telle autonomie et d'une telle implication.»* Et d'ajouter: *«C'est la participation au rallye qui m'a le plus aidé à faire évoluer mon enseignement des maths»*. Cette parole spontanée rejoint ce que relève, Clara Bisso et Marta

… et livrer une solution unique

Pretto dans leur enquête, lorsqu'elles mentionnent en particulier les retombées sur l'organisation de la classe: *«Mettre les élèves dans une situation a-didactique et l'enseignant dans le rôle d'observateur permet de faire émerger et rendre manifestes à l'enseignant les dynamiques relationnelles et les modalités de raisonnement et d'apprentissage des élèves qui n'apparaissent pas aussi clairement dans tout autre contexte.»*

Il faut ajouter que le Rallye mathématique transalpin fournit aux enseignants un «service après-vente», à travers les précisions données sur l'analyse a priori des problèmes et les modalités d'attribution des points. Ces éléments d'analyse, bien que succincts, leur permettent de porter un regard plus affiné sur les productions de leurs élèves, d'accepter que plusieurs modes de résolution sont possibles et d'identifier les notions mathématiques sous-jacentes au problème posé.

Cet impact sur la formation des enseignants a été mis en évidence par des collègues de l'IUFM (centre de Bourg-en-Bresse) qui ont choisi de prendre appui sur le rallye pour certaines modalités de formation. Ainsi, lors des journées d'accueil des professeurs des écoles stagiaires, une épreuve «grandeur nature» est organisée à leur intention. Dans le cadre du stage en alternance, il leur est ensuite proposé de participer, avec leurs élèves cette fois, au rallye sur l'ensemble de l'année. L'élaboration de problèmes de rallye, accompagnée de l'analyse a priori, est un autre support intéressant de formation, exploité notamment lors d'animations pédagogiques ou de stages de formation continue. Pour les enseignants, il convient également d'examiner si le rallye peut réellement être inséré dans le cadre de l'enseignement donné aux élèves, et ne pas être considéré comme une activité «en plus». Une première réponse peut être apportée par ce que disent les textes officiels des programmes français (et très proches en ceci des programmes de Suisse romande) à propos de la résolution de problèmes. Sommairement, il est indiqué que la résolution de problèmes intervient dans trois catégories de situations[3]:

– pour la **construction de connaissances nouvelles** (au travers de «situations-problèmes»
– pour le **réinvestissement de connaissances** (dans des «problèmes d'application»)
– pour le **développement des capacités de recherche** (pour les «problèmes ouverts»)

Une autre question, qui occupe très largement les échanges qui ont lieu lors des journées d'étude du RMT, est de savoir si certains problèmes de rallye peuvent être exploités en vue d'un travail sur des apprentissages notionnels, figurant au programme de la classe concernée. Des expérimentations ayant pour point de départ des problèmes identifiés pour leurs potentialités sont en cours.

En guise de conclusion

Le Rallye mathématique transalpin ne peut offrir que ce qu'y ont mis ses initiateurs et ce qu'en font ses utilisateurs. Si l'enseignant l'intègre véritablement au travail de la classe, ses potentialités d'apprentissage seront accrues et il sera plus qu'un moment de détente et de réflexion qui fournit aux élèves, trois fois dans l'année, une occasion de vivre une expérience mathématique collective.

Les études menées autour du rallye permettent de cerner les intérêts et les limites, pour les élèves et pour les enseignants, de la participation à un concours. Il devrait également permettre d'éviter certaines dérives, dont deux peuvent être mentionnées:

– le rallye n'est qu'une compétition comme les autres sans relation avec le travail ordinaire en classe;
– à l'inverse, le travail de type «rallye» s'installe comme une norme, les élèves étant confrontés à des problèmes qui ne donnent lieu ni à préparation ni à exploitation ni à synthèses: le risque de papillonner de problème en problème sans apprendre guette alors! •

Le site www.math-armt.org met à disposition des maîtres, sous sa rubrique «problèmes RMT» tous énoncés et analyses a priori depuis sa 10e édition en 2001/2002.

On y trouve aussi sous «publications» les actes des journées internationales de l'ARMT et certains de leurs articles, depuis la première rencontre: Le Rallye Mathématique Transalpin. Quels profits pour la didactique? (Brigue : 1997, 1998) à la onzième: Les problèmes du RMT au service de l'apprentissage (Bard, Valle d'Aosta: 2007) et une brochure, Ateliers de résolution de problèmes avec matériel.

Bibliographie

[1] Ce texte est tiré d'une communication faite lors des journées d'étude sur le Rallye mathématique transalpin *Les problèmes au service de l'apprentissage: le rôle du RMT*. Parma 2006 et d'un article publié dans Grand N en 2006)

[2] Clara Bisso et Marta Pretto, Retombées du Rallye sur les classes: opinions des enseignants et des élèves… Actes des journées d'étude du Rallye mathématique transalpin, Mondorf les Bains (Luxembourg), 2004

[3] Il est fait allusion ici à l'introduction des documents d'application des programmes de 2002 pour les cycles 2 et 3, édités par le Ministère de l'Education Nationale (France). Ces points n'ont malheureusement pas été repris dans les programmes de 2008.

Julian Kellerhals[1]

Les Olympiades de mathématiques, pépinière de jeunes talents

L'OSM (Olympiades suisses de mathématiques) est un concours pour les gymnasiens ou lycéens âgés de moins de 20 ans. Il s'adresse à des élèves talentueux qui cherchent des défis supplémentaires en dehors de la matière scolaire. Aux séances de préparation et lors d'un camp organisé chaque année, les participants abordent de nouveaux sujets et apprennent à rédiger des solutions ou démonstrations rigoureuses. Ceci leur permet de tester leurs limites mathématiques d'une manière inédite par rapport à leurs pratiques scolaires habituelles. A l'OSM, on décerne des prix au niveau national et six élèves se qualifient pour les Olympiades internationales de mathématiques (OIM), ainsi que six autres pour les Olympiades mathématiques d'Europe centrale (OMEC).

Encourager les jeunes talents en mathématiques est un but très important pour notre association. Nous souhaitons leur donner la possibilité d'exploiter au mieux leurs capacités et de se mesurer au niveau national et international. De plus, ces compétitions sont pour eux une occasion unique de rencontrer beaucoup d'autres jeunes venus des quatre coins du monde et de partager avec eux le plaisir des mathématiques.

Les épreuves, un long parcours

L'OSM se déroule en plusieurs étapes dont chacune se termine par une ou plusieurs épreuves:

Le tour préliminaire consiste en deux rencontres de préparation qui ont lieu en parallèle à Lausanne et à Zurich en début d'hiver. Il s'agit d'une introduction à quatre sujets différents, avec de nombreux exemples, à la suite de laquelle les participants ont aussi l'occasion de résoudre des problèmes par eux-mêmes. Une première épreuve à mi-janvier permet de qualifier 25 participants pour la suite du concours.

Lors du tour final, les 25 finalistes participent à un week-end de mathématiques où ils apprennent à mieux se connaître et où ils résolvent des exercices en groupes. Une seconde rencontre de ce tour sert de préparation au camp d'une semaine qui se déroule en mars et se termine par l'épreuve finale de l'OSM.

L'étape suivante est la sélection OIM: le choix des six membres de l'équipe suisse se fait parmi ceux qui ont passé avec succès le cap du tour final de l'OSM. Certains sujets de compétition sont alors approfondis. Les examens de sélection se déroulent dans le style des examens de l'OIM.

Les compétitions internationales ont ensuite lieu en été: l'OIM se déroule en juillet, l'OMEC en fin août, avec un pays d'accueil différent chaque année.

Les Olympiades de mathématiques: des contenus et un style bien spécifiques

Pour les séances d'entraînement et pour les tests, nous proposons des exercices concernant l'algèbre, la géométrie, la combinatoire et la théorie des nombres.

L'équipe suisse aux Olympiades internationales à Madrid en 2008.
Au premier rang, de gauche à droite: Michael Liu, Johannes Josi, Dimitri Wyss
Au second rang: Thomas Huber, Georg Balmer, Raphael Steiner, le guide local de l'équipe, Eben Freeman, Anna Devic Anna Devic est «team leader» et Thomas Huber «deputy leader»

Nous choisissons surtout des exercices qui nécessitent peu de connaissances scolaires mais plutôt de bonnes idées, beaucoup d'imagination et une bonne intuition mathématique. Pour résoudre un exercice, il faut être créatif, audacieux et ouvert à toute variété de solution. Les participants doivent aussi faire preuve de capacités qui leur serviront dans des domaines bien plus nombreux et variés que la seule branche des mathématiques.

Voici deux exemples issus d'examens de nos tours préliminaires:

– (OSM 2004) Trouver tous les triplets (a, b, n) de nombres naturels tels que $a! + b! = 2^n$.

– (OSM 2009) Considérons n enfants parmi lesquels il n'y en a pas deux qui ont la même taille. Combien y a-t-il de manières d'aligner les enfants de sorte que chaque enfant, à l'exception du plus grand, ait un voisin qui est plus grand que lui?

Les examens de l'OSM sont de longue durée (environ 4 h) et sont composés de trois à cinq exercices dont chacun vaut le même nombre de points. Lors des corrections, c'est avant tout la rigueur des réponses qui est importante.

Continuité dans la participation et la gestion du concours

L'OSM et la participation de la Suisse aux Olympiades internationales de mathématiques est organisée par l'association imosuisse. Le comité et la plupart des membres sont étudiants ou doctorants à l'EPFL ou à l'EPFZ. Ils ont participé à l'OIM pendant leurs années scolaires et s'engagent maintenant bénévolement à transmettre leur connaissances aux plus jeunes. Le nombre des membres de l'association s'élève à 18 actuellement. Pour les élèves, la participation à l'OSM est gratuite, même les frais de transport sont remboursés à partir du tour final.

Le site www.imosuisse.ch

Toutes les informations concernant l'OSM s'y trouvent:
– les formules d'inscription,
– un «exercice du mois»
– les exercices et solutions des dernières années
– les articles publiés en Suisse sur lOSM, des comptes-rendus de participants
– les partenaires: entreprises, fondations et entités publiques qui soutiennent l'OMS…

Le point culminant de chaque édition de notre compétition est, bien évidemment, la participation aux Olympiades internationales. Voici le compte-rendu d'une participante de l'OIM 06, une année de records: pour la première fois, trois des six participants venaient de la Romandie et la Suisse a remporté sa première médaille d'or.

[1] Doctorant en mathématiques EPFL / OMS. Chemin de Montolivet 1, 1006 Lausanne / julian@imosuisse.ch

Qui a dit que *Mathématiques* ne rime pas avec *des vacances Fantastiques*?

L'OIM a eu lieu en Slovénie du 10 au 19 juillet 2006. Cela fait aujourd'hui bientôt un mois et demi que nous sommes rentrés en Suisse, et pourtant j'ai toujours l'impression que notre arrivée en Slovénie date d'hier. L'OMI à Ljubljana fut ma deuxième participation, après celle du Mexique en 2005. La destination est nettement plus proche, mais la motivation, la curiosité et la joie ne sont pas moindres. Cette année, nous sommes partis trois jours plus tôt afin d'avoir un peu de temps pour se reposer au bord de la mer avant de passer à l'action. Ces petites vacances nous ont aidés à nous détendre et surtout nous ont rapprochés les uns des autres.
Au retour à Ljubljana le 10 juillet, nous étions en forme et impatients de connaître le début de l'aventure. A quoi devons-nous nous attendre? Quelles seront les prochaines étapes? Comment seront les examens? Plein de questions que nous nous sommes posées, dont les réponses vont bientôt nous être révélées. Aussitôt sortis du train, nous avons été accueillis par notre guide et menés jusqu'au campus rempli de gens venant des quatre coins du monde. Leur identité est résumée sur un petit badge autour du cou: le nom, le pays de l'équipe et la fonction, tout s'y trouve. Drôle de manière, mais efficace.
Dès le deuxième jour, nous nous étions déjà habitués à la vie du campus: l'horaire des repas, les activités sportives, les salles d'ordinateurs, etc. Durant la cérémonie d'ouverture, nous avons eu l'occasion de revoir nos chefs d'équipe partis en avance pour préparer les examens. Nous étions alors conscients que les examens auraient lieu dans moins de 24 heures. Ce soir-là, le silence et l'obscurité régnaient sur le campus. Les épreuves finies, nous avons pu dès lors profiter pleinement des vacances. Le beau temps rendait les visites encore plus agréables. Entre les visites de grottes et la plage, nous nous sommes bien amusés, toujours ensemble, nous avons passé beaucoup de bons moments et avons eu plein de fous rires.
Enfin, et surtout, je ne peux pas ne pas mentionner notre énorme joie au moment de la réception des résultats. Déjà durant le premier jour de la correction, c'est-à-dire au lendemain des examens, nous avions appris que l'équipe avait reçu le nombre maximal de points pour le premier exercice. Nous étions donc soulagés de savoir que chaque membre de l'équipe recevrait au minimum une mention honorable. Mais la médaille d'or de Vladimir a été une nouvelle encore plus surprenante. Il s'agit de la toute première médaille d'or de l'équipe suisse! Que pouvions-nous demander de plus? Qui plus est, l'équipe suisse a obtenu le meilleur résultat depuis sa première participation à l'OMI, avec une médaille d'or, une médaille d'argent et quatre mentions honorables! La cérémonie de clôture a terminé notre séjour inoubliable en Slovénie. Nous avons tous regretté que cela ait été aussi court, mais nous avions aussi hâte de rentrer à la maison afin de pouvoir raconter ces deux merveilleuses semaines à nos proches. Tout le monde partageait le même avis: «Il s'agissait du meilleur OMI que je puisse avoir! C'était tout simplement magnifique.»

Jean-Christophe Deledicq1

Commentaires sur le jeu-concours

Kangourou des mathématiques 2008

Le Kangourou des mathématiques a été créé en 1991 sur le modèle du concours national australien (d'où son nom). Il est rapidement devenu le jeu-concours avec le plus de participants au monde. Il a lieu tous les ans, au mois de mars: le même jour, les mêmes questions sont proposées à près de 5 millions de jeunes, de 8 à 18 ans, dans 40 pays. Les candidats sont répartis en 18 catégories selon leur âge, du CE2 (3e primaire) aux différents types de baccalauréats. L'épreuve comprend 24 questions à choix multiple de difficulté croissante, à résoudre en 50 minutes, elle se déroule dans tous les établissements scolaires qui ont des candidats inscrits.
Le Kangourou est aussi une maison d'édition d'ouvrages de mathématiques pour tous les niveaux, de revues, d'affiches, de jeux, dont le site Internet est très riche et d'un accès facile (voir encadré).
Les deux pages qui suivent présentent des commentaires sur quelques résultats du jeu-concours de 2008, pour une catégorie des participants.
Tout se passe par Internet pour une entreprise de cette ampleur. Pour en savoir plus sur le concours, son déroulement, les inscriptions, les prix, voir le site.
Pour ces commentaires, nous avons choisi le questionnaire «benjamins».
Il s'adresse traditionnellement aux élèves de 11 et de 12 ans. En 2008, il y a eu 88 589 participants de 11 ans et 56 062 de 12 ans (pour le jeu en langue française).
Nous invitons les enseignants qui souhaitent en savoir plus sur les statistiques de cette édition 2008, à consulter notre site Internet www.mathkang.org ou à consulter l'ouvrage présenté ci-contre ou encore à nous écrire à KangourouDesMaths@mathkang.org
Le sujet est constitué de 24 questions. Nous reproduirons dans cet article les questions 4, 5, 8, 17, 21 et 24; pour les autres auxquelles nous faisons référence nous proposons au lecteur de se reporter à notre site Internet.

Une question qui fait la différence

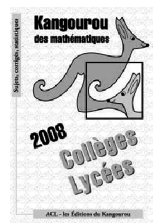
Question 4

Muriel multiplie par 3, Adeline additionne 2, et Soumia soustrait 1. Elles partent de 3. Dans quel ordre doivent-elles intervenir pour arriver à 14 en opérant une fois chacune?

A) Muriel, Adeline, Soumia
B) Adeline, Muriel, Soumia
C) Muriel, Soumia, Adeline
D) Soumia, Muriel, Adeline
E) Adeline, Soumia, Muriel

	A	**B**	C	D	E	Non-réponse
11 ans	11,8	**58**	6,5	4,8	5,9	13
12 ans	8,5	**68,6**	5,1	3,7	4,6	9,6

On lit sur le tableau ci-dessus que 58% des élèves ont répondu correctement à cette question **(B)**. Cela cache cependant une grande différence entre les bons et les mauvais élèves. En effet, si l'on regarde le taux de bonnes réponses à cette question chez les 10% des élèves les meilleurs on trouve 91%, alors que chez les 10% des élèves les moins bons, on trouve 21% soit un écart de 70%! On constate aussi que les moins bons élèves ont majoritairement répondu A) à 25%. (1)

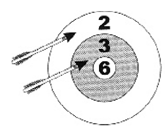


Les questions 7, 11, 14 et 19 du même sujet, montrent aussi une différence des taux de réussite entre les bons élèves et les moins bons supérieure à 70%. Ainsi on pourrait presque dire qu'un élève qui réussit les questions 4, 7, 11, 14 et 19 est potentiellement un très bon élève quels que soient les résultats aux autres questions.
(1) Les 10% les meilleurs ont une note $\geq$ 56,50; les 10% les moins bons ont eu une note $\leq$ 20. (Notes comprises entre 0 et 120 avec une moyenne générale de 37,1 (11 ans) et 43,3 (12 ans).)

Une question difficile

Question 8

Jeanne lance deux fléchettes en direction de la cible. Sur le dessin, le score obtenu est 5. Une fléchette manquant la cible donne 0 point.
Combien de scores différents Jeanne peut-elle obtenir?



A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

La réponse A) correspond aux nombres de scores avec une seule flèche «une flèche manquant la cible donne 0 point».

	A	B	C	**D**	E	Non-réponse
11 ans	24,7	**26,4**	13,5	9	10,9	15,5
12 ans	23,6	**27,3**	12,9	10,2	12,6	13,4

On voit que le taux de bonnes réponses (D) est de 9%. Il est de 17,2 seulement chez les 10% d'élèves les meilleurs.
C'est donc une question difficile avec seulement 15% d'abstention. Ce fut même une des trois questions les plus difficiles. L'erreur vient sûrement du fait qu'il y a six scores avec deux flèches dans la cible: 4, 5, 6, 8, 9 et 12. Et que les élèves oublient les trois scores où une ou deux flèches manquent dans la cible.

Ce qui s'apprend de 11 à 12 ans

Sur les 24 questions, le plus grand écart dans le taux de bonnes réponses entre les 12 ans et les 11 ans est celui de la question 5. Cet écart est de + 17,5%.

Question 5

✤ x ✤ = 2 x 2 x 3 x 3 – Que remplace ✤ ?

A) 2 B) 3 C) 2 x 3 D) 2 x 2 E) 3 x 3

On peut dire que le savoir qui permet de répondre à cette question s'acquiert entre les deux âges. Le savoir en question consiste à comprendre que (2 x 3) x (2 x 3) est égal à 2 x 2 x 3 x 3, c'est-à-dire avoir une certaine visualisation ou intuition, voire une compréhension de la commutativité de la multiplication. On trouve aussi de belles progressions aux questions 6, 7, 9 et 16; avec chacune 12% de plus de bonnes réponses pour les 12 ans que pour les 11 ans. Ces 4 autres questions portent sur du calcul (la 6), les tables de multiplication (la 7) et les fractions (la 9 et la 16). Donc, en quelque sorte, des progressions que l'on peut attendre d'un programme bien assimilé.

Le piège classique

On connaît tous la fameuse question: 4 poules pondent 4 œufs en 4 jours. Combien pondent 8 poules en 8 jours?
Et sa fameuse réponse fausse 8! On se souvient aussi de ces questions du certificat d'études avec les maçons qui construisent des murs. «5 maçons font un mur de 25 mètres en 25 jours. Combien de jours mettront 10 maçons pour un mur de 50 mètres?»
Et voilà donc que le piège ancestral continue de marcher avec les mêmes ravages! Voyez la question 17 avec 5,8% et 9,6% de bonnes réponses (11 et 12 ans) pour 63% et 64,1% de réponses dans le piège. Seulement 20% des bons élèves de 11 ans et 34 % de 12 ans répondent juste à ce classique. Comme quoi, les classiques ne sont pas encore connus à ces âges-là...

Question 17

6 élèves kangourous copient 6 lignes en 6 minutes. S'ils copient tous et toujours au même rythme, combien faudra-t-il d'élèves kangourous pour copier 100 lignes en 100 minutes?
A) 100 B) 60 C) 6 D) 10 E) 600

Le catalogue du site www.mathkang.org est très riche en publications d'énoncés et solutions de problèmes de concours. On y trouve, entre autres: les *Annales des concours du Kangourou* depuis 1995 (12 volumes), 3 tomes de *Panoramath*, Les *Olympiades académiques* françaises de 2001 à 2007 et d'autres publications de différents rallyes.
On y trouve aussi des ouvrages pour tous les niveaux, qui étaient diffusés en Suisse par la «boutique» de Math-Ecole et très appréciés, en particulier: *Histoire de Maths, Kangourou au pays des contes, Les fables du Kangourou, Pythagore et Thalès, Le monde des pavages, Jeux et découvertes mathématiques, Jeux et mathématiques pour tous, Pliages et mathématiques.*

La question la moins comprise

La question 21 est la question la moins bien comprise. A sa lecture, on peut le comprendre assez bien: la présence de points de suspension dans un nombre, un nombre très grand auquel on enlève des chiffres, une somme de chiffres restant à faire et des réponses dont aucune n'inspire la moindre piste facile. Résultat environ 45% d'abstention et même 56% parmi les 10% d'élèves les meilleurs.

Question 21

On écrit le nombre de 1000 chiffres constitué des mêmes quatre chiffres répétés: 20082008… …2008. Combien de chiffres peut-on, au plus, supprimer pour que la somme des chiffres restants soit égale à 2008?
A) 564 B) 497 C) 500 D) 601 E) 746

Le «on ne peut pas savoir» un piège pour les moins bons

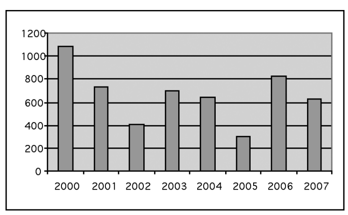
La question 24 fut la plus difficile, seulement 6% de bonnes réponses.

Question 24

Dans l'égalité KAN + GA = ROO, chacune des lettres A, G, K, N, O et R représente un chiffre différent. Combien vaut la différence RN – KG?
A) 10 B) 11 C) 12 D) 21 E) on ne peut pas savoir
Elle proposait le fameux piège, réponse E): on ne peut pas savoir. Piège dans lequel, on le sait depuis le début du Kangourou, tombe la majorité des élèves. Il est cependant intéressant de noter que si les plus mauvais élèves répondent E) à 54% et s'abstiennent de répondre à 17%, ces pourcentages sont inversés chez les meilleurs élèves 30% répondent E) et 51% s'abstiennent.

Différences filles/garçons

Ce sujet présentait des questions plus équilibrées quant au taux de réussite filles/garçons que ceux des années précédentes.



On constate 2% de bonnes réponses en plus pour les filles aux questions 7 et 18.
L'écart en faveur des garçons est plus significatif pour la question 1 (+ 7%) et la question 14 (+ 11%). On peut remarquer qu'il n'y a que 262 filles dans les 1000 premiers; 3653 sur 10 000 et 8138 sur 20 000.
Rappel: Les sujets sont disponibles sur le site Internet, le livre avec les statistiques fait partie des cadeaux envoyés aux enseignants participants. •

[1] Jean-Christophe Deledicq est animateur et administrateur du Kangourou, à Paris

François Jaquet

Les problèmes de concours de mathématiques: leurs potentialités pour l'enseignement

A lire les pages précédentes du dossier, il paraît certain que les problèmes résolus dans le cadre de concours, individuellement ou par classe, procurent du plaisir aux élèves et leur donnent une image plaisante des mathématiques. Les maîtres y trouvent aussi matière à enrichir leur enseignement. On peut cependant aller bien au-delà de la constitution de répertoires de problèmes.

Un premier exemple est celui du **traitement statistique** des analyses du Kangourou (voir pages précédentes). L'électronique permet aujourd'hui de calculer les pourcentages des réponses correctes et de celles correspondant à chacun des «distracteurs» prévus.

Ces données sont précieuses pour l'enseignant qui veut choisir des problèmes pour sa classe: le taux de difficulté calculé sur des dizaines de milliers d'élèves, les obstacles signalés par les erreurs les plus fréquentes, la variation des réussites en fonction de l'âge sont autant d'indicateurs lui permettant d'adapter l'activité à sa classe ou à certains de ses élèves.

Il faut cependant remarquer que si les résultats sont publiés et facilement accessibles, il reste toutefois une tâche importante pour l'enseignant, avant même de prendre connaissance des données statistiques: résoudre soi-même les problèmes, seule manière de percevoir ses contenus mathématiques et leur intérêt pour sa classe. Car tous les problèmes ne sont pas conçus pour l'enseignement, il y a des casse-tête, des énigmes, des jeux logiques, plaisants et intéressants mais difficilement exploitables dans le cadre du programme.

Pour les concours individuels sans traitement électronique des résultats, rien n'interdit un examen de bulletins-réponses rendus par les concurrents. Les taux de réussite et la fréquence de toutes les erreurs est facile à déterminer. On va ainsi plus loin que ne le permet le questionnement à choix multiples, qui ne prend en compte que trois ou quatre erreurs prévues.

Cette **analyse de bulletins-réponses** fit aussi apparaître les potentialités de certains problèmes de concours pour l'enseignement. Les deux exemples suivants sont tirés du concours organisé par le GVJM (voir pages précédentes) en novembre 2005[1].

> **Les pièces de 2 francs** (CM, C1, GVJM Valais nov. 2005)
> J'achète un objet de 23 fr. en payant uniquement avec des pièces de 2 fr. Le vendeur n'a que des pièces de 5 fr.
> Combien dois-je lui donner de pièces de 2 fr. au minimum pour qu'il puisse me rendre la monnaie exactement?

D'un point de vue arithmétique, il s'agit de trouver le plus petit nombre pair qui est la somme de 23 et d'un multiple de 5, puis à le diviser par 2. le problème est plus difficile qu'il n'y paraît puisque 51% des élèves de 4e et 5e primaire le résolvent correctement. (La réussite monte à 71% chez les élèves du cycle d'orientation.)

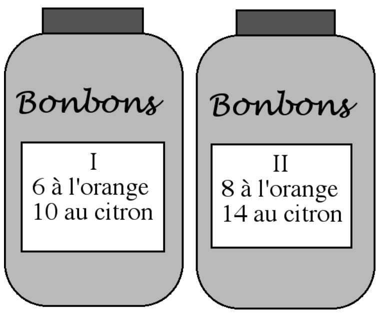
Les réponses erronées les plus fréquentes: 28 (oubli de la division par 2), 12 (la moitié du plus petit nombre pair supérieur à 23), 18 (vraisemblablement obtenu par 23 – 5), montrent que les obstacles ne se situent pas seulement au niveau mathématique mais à celui du contexte des pièces et de la restitution de monnaie, à transcrire en opérations arithmétiques.

> **Les pommes** (CM, C1, C2 GVJM Valais nov. 2006)
> Deux paniers, A et B, contiennent des pommes. Il y a 2 fois plus de pommes dans le panier A que dans le panier B. Un voleur prend 18 pommes et pourtant il reste encore 2 fois plus de pommes dans le panier A que dans le panier B.
> Combien de pommes ont été volées dans le panier A?

L'analyse des réponses à ce problème fait apparaître une évolution sensible des taux de réussite: 5% en 4e et 5e primaire; 26% aux degrés 6 et 7; 75% aux degrés 8 et 9 et des erreurs caractéristiques. Comme retombées au niveau didactique, on constate que la construction du concept de proportionnalité, amorcée dès l'introduction de la division dans les programmes, est à poursuivre jusqu'à la fin du secondaire inférieur et devrait même être continuée au-delà. En effet, il ne suffit pas de maîtriser un algorithme de calcul, de comprendre une propriété élémentaire des suites proportionnelles: si le rapport 2 est valable pour les paniers avant et après le vol, il l'est aussi pour les deux quantités dérobées, indépendamment du nombre de pommes de chaque panier.

On peut encore aller plus loin dans l'exploitation de certains problèmes de concours, vers **l'analyse des explications et justifications**.
Nous en présentons ici un exemple, sous forme de fiction: vous surfez sur le net, à la recherche de problèmes et vous tombez sur *Les pots de bonbons*:

Les pots de bonbons (14e RMT)
Dans un premier pot, grand-mère met 6 bonbons à l'orange et 10 au citron.
Dans un deuxième pot, elle met 8 bonbons à l'orange et 14 au citron.



Les bonbons sont de même forme et enveloppés de la même façon.
Comme grand-mère sait que Julien n'aime pas le goût du citron, elle lui dit:
Tu peux prendre un bonbon. Je te laisse choisir le pot dans lequel tu pourras glisser ta main, sans regarder à l'intérieur.
Julien réfléchit bien et choisit enfin le pot où il pense avoir la meilleure chance de prendre un bonbon à l'orange.
A la place de Julien, quel pot auriez-vous choisi? Justifiez votre réponse en expliquant votre raisonnement.

Vous voyez que dans cette situation, il s'agit de choisir entre «6 chances sur 16» et «8 chances sur 22». Comme vous aviez prévu de revoir le chapitre des fractions avec votre classe, vous décidez de proposer ce problème à vos élèves. Vous «téléchargez», intégrez cet énoncé[2] dans votre prochaine série de révision, passez à la photocopieuse et, en classe, vous choisissez de n'intervenir en aucune manière en laissant l'entière responsabilité de la résolution à vos élèves.
En feuilletant les copies en fin de leçon, vous constatez avec satisfaction que presque tous vos élèves sont arrivés à la réponse «Dans le pot I».
Le soir, vous reprenez les copies pour examiner les explications demandées et... Oh, surprise! la majorité de vos élèves vous donne une explication du genre:
(Nous quittons ici la fiction pour citer des réponses effectivement relevées parmi des centaines de copies examinées *a posteriori* par le RMT. Le degré scolaire du groupe d'élèves qui a fourni l'explication figure en début de citation.)
(6) A la place de Julien, on aurait plongé la main dans le pot I. Julien n'aime pas les bonbons au citron, comme il y en a moins que dans le pot II, il a plus de chance de tomber sur un bonbon à l'orange.
(6) Nous avons choisi le pot I car: dans le pot II il y a que 2 bonbons de plus à l'orange mais 4 de plus au citron.
(6) Il faut prendre le premier pot car 6 + 2 = 8 et que 10 + 4 = 14, comme 2 ⇠ 4 donc on rajoute plus de citron que d'orange.
(7) ... car il y a seulement 4 bonbons à l'orange de moins alors que dans le pot no 2 il y en a 6 de moins: il y a donc plus de chance de prendre un bonbon à l'orange dans le pot no 1 que dans le pot no 2.
(7) ... car dans le pot no 1 il y a moins de différence entre les deux sortes de bonbons donc plus de chance des bonbons à l'orange, en quelque sorte il y a plus de bonbons à l'orange donc on a plus de chance d'avoir un bonbon à l'orange dans le pot no 1.
(8) A la place de Julien, j'aurais choisi le pot no 1 car l'écart des bonbons au citron et à l'orange est de 4 et l'autre pot est de 6 donc il y a moins de risque de prendre un bonbon au citron.
Tous ces raisonnements sont évidemment inadéquats et conduiraient à une réponse fausse avec d'autres données. Il ne faut en effet pas s'intéresser aux écarts entre nombre de bonbons à l'intérieur d'un pot ou d'un pot à l'autre; c'est la comparaison des rapports qui donne la solution (6/10 ⇢ 8/14 ou 6/16 ⇢ 8/22).
Les analyses *a posteriori* conduites sur ce problème du RMT sur plus de mille copies d'élèves montrent que la procédure erronée, par comparaison des écarts, l'emporte nettement sur la procédure pertinente, par comparaison de rapports, aux degrés 5, 6 et 7 de la scolarité. Il faut attendre les degrés 8 et 9 pour que la tendance se renverse.
Ces quelques exemples font comprendre qu'un problème de concours peut apporter beaucoup à l'enseignement des mathématiques, dès qu'on va fouiller dans les réponses des élèves puis dans leurs explications.
Les potentialités sont évidentes au niveau didactique et pédagogique; il ne manque que le temps, l'énergie et la volonté de poursuivre les analyses pour constituer une «banque» de données permettant de mieux choisir les parcours d'apprentissage que l'on souhaite proposer aux élèves. •

Bibliographie

[1] Ces résultats ont été publiés dans Math-Ecole 217, janvier 2007
[2] En citant les sources, évidemment, comme vous le faites pour un poème, pour une chanson, une carte de géographie...